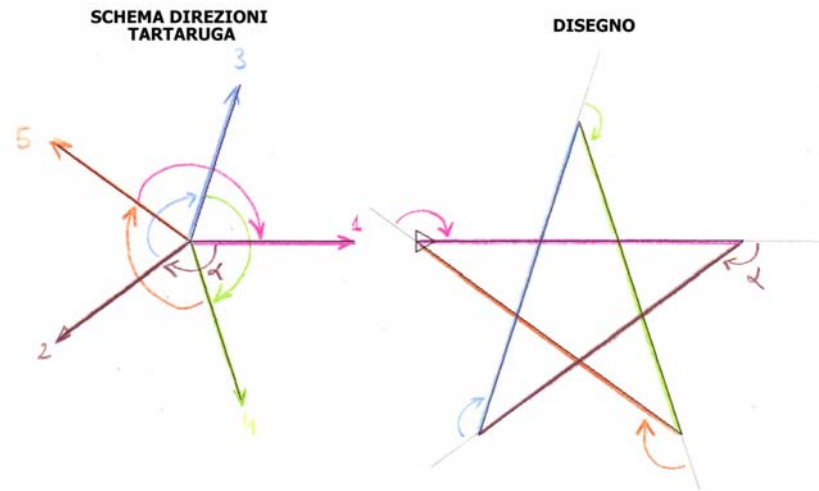


## Lezione 2.2

### Teorema della Tartaruga (*poligoni intrecciati*)



Per disegnare la stella il problema è quello di capire di quanto si deve ruotare, cioè quanto vale l'angolo  $\alpha$ . Forse qualcuno di voi sta pensando che è di  $72$ , ma se così fosse la tartaruga disegnerebbe un pentagono e non una stella.

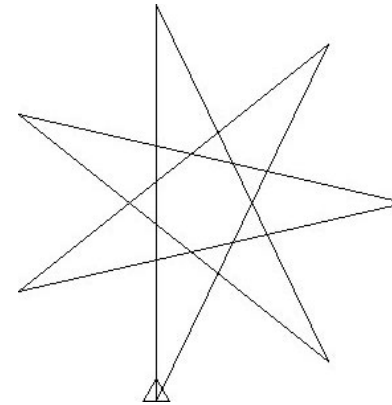
Anche qui ci viene in aiuto lo schema delle direzioni della tartaruga: infatti osservandolo appare evidente che percorrendo la stella la tartaruga ruota su se stessa complessivamente, considerando le 5 rotazioni successive, di 2 angoli giri, quindi di  $360 \cdot 2$ .

Da cui  $\alpha = 360 \cdot 2 / 5$ . Sicché per disegnare la stella:

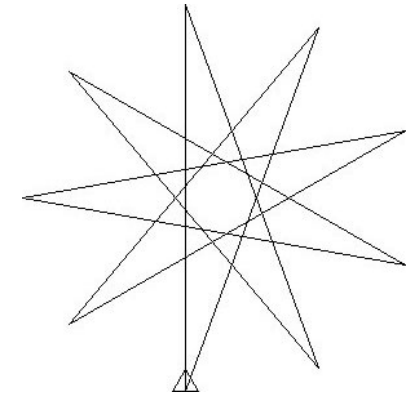
```
RT 90 REPEAT 5 [ fd 200 rt 360*2/5]
```

## Esercizi

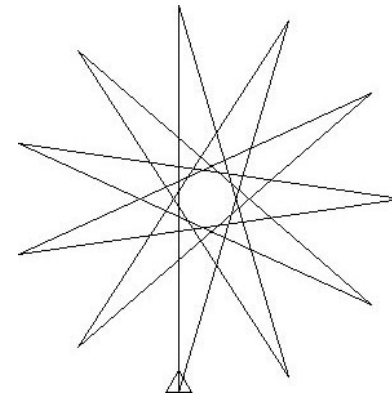
1.



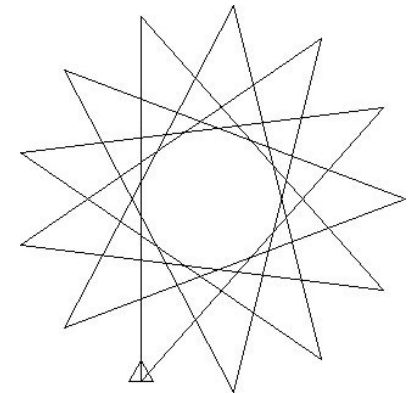
2.



3.



4.



5. Cosa disegna `repeat 12 [fd 200 rt 360*2/12]` ?

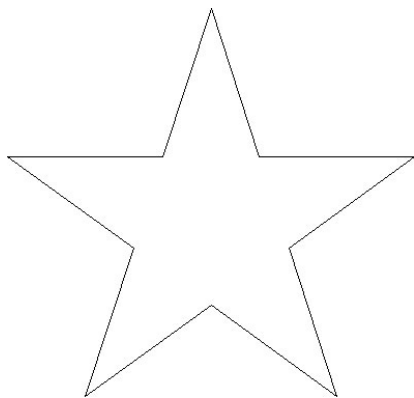
6. Quanti lati ha `repeat 130 [fd 200 rt 160]` ?

7. Quanti lati ha `repeat 130 [fd 200 rt 210]` ?

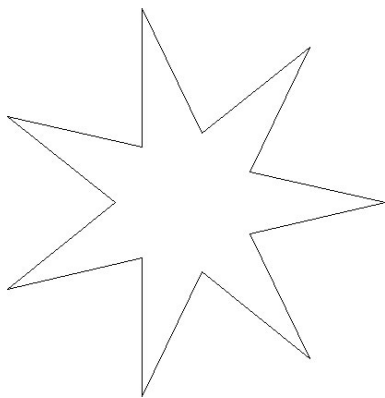
8. Quanti lati ha `repeat 130 [fd 200 rt 215]` ?

9. Quanti lati ha `repeat 10000 [fd 200 rt alfa]` (dove `alfa` è un numero intero)

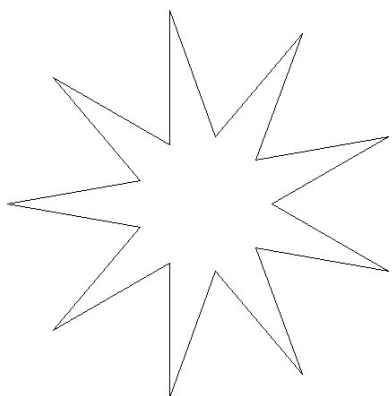
10.



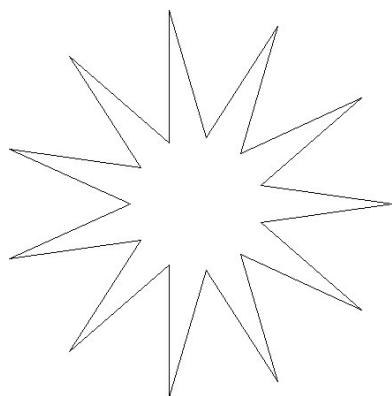
11.



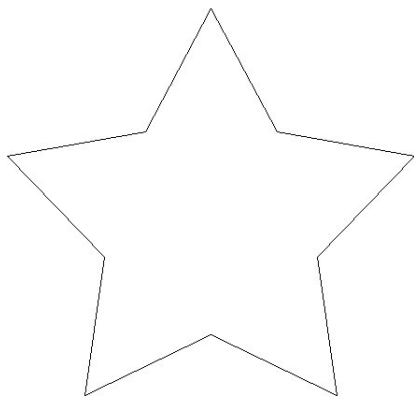
12.



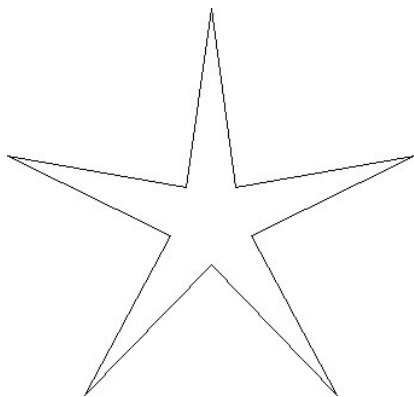
13.



14.



15.



## Suggerimenti

1. – 4. E' importante qui capire quanti di quanti giri ruota la tartaruga su se stessa percorrendo la figura, pensando allo schema delle direzioni della tartaruga.

Per capirlo senza dover realizzare lo schema delle direzioni puoi provare a percorrere la figura aiutandoti con un oggetto a 'forma di tartaruga', ad esempio il cappuccio di una penna, e ricorrendo all'*analogia dell'orologio*. Analizziamo il disegno 1., supponi che la tartaruga sia la lancetta delle ore: inizialmente punta verso l'alto, quindi la tartaruga indica che è mezzanotte. Dopo la prima rotazione la tartaruga indicherà (circa) le ore 5 di mattina, dopo la seconda rotazione indicherà le 10 di mattina e dopo la terza rotazione le 4 del pomeriggio. Dunque durante la terza rotazione la lancetta-tartaruga attraversa le ore 12, cioè ruotando ci sarà un attimo in cui assume la posizione verticale di partenza: questo ci indica che la tartaruga ha compiuto un giro intero su se stessa. In pratica il 12 che si trova sul quadrante dell'orologio è da intendersi come un "conta giri": ogni volta che la lancetta-tartaruga lo attraversa significa che ha fatto compiuto un giro completo su se stessa

6. – 8. Il disegno si chiude quando la tartaruga si ritrova nella direzione che aveva inizialmente.

Più precisamente: come riportato in Abelson Di Sessa – Geometria della Tartaruga, Capitolo 1.2

"*Teorema del cammino chiuso*. La rotazione totale lungo un qualsiasi cammino chiuso è un numero intero multiplo di  $360^\circ$ "

“Teorema di chiusura di POLI. Un cammino tracciato dalla sequenza POLI (quella descritta nell’esercizio 9.) si chiuderà esattamente quando la rotazione totale avrà raggiunto un multiplo di  $360^\circ$ ”

9. Fai tante prove con valori di alfa differenti. Poi prova a ragionare con il minimo comune multiplo

10. Anche qui fai riferimento al teorema della tartaruga e alla stella di inizio lezione. Sai che sulle punte (esterne) la tartaruga deve ruotare a destra di  $360 \cdot 2/5$ . Di quanto deve ruotare nelle punte interne? Dato che nella percorrendo la figura 10. la tartaruga ruota complessivamente a destra di  $360$  nelle punte interne dovrà ruotare a sinistra di  $360/5$ . Infatti così complessivamente la tartaruga ruoterà a destra di 2 angoli giri (sulle punte esterne) e a sinistra di 1 angolo giro (sulle punte interne) : quindi complessivamente ruoterà di 1 angolo giro verso destra.

11. Se osservi bene puoi notare che anche in questo caso la tartaruga percorrendo la figura ruota a destra di  $360$ . Ora hai visto nell’esercizio 1. che la tartaruga ruotava a destra di 3 angoli giri, quindi su ognuna delle 7 punte esterne di  $360 \cdot 3/7$ . Quindi sulle punte interne dovrà ruotare a sinistra complessivamente di 2 angoli giri, esattamente di  $2 \cdot 360/7$  su ogni punta. Infatti se vogliamo che la tartaruga ruoti complessivamente a destra un angolo giro e se sappiamo che la rotazione necessaria per punte esterne produrrebbe una rotazione a destra di 3 angoli giri, dobbiamo avere una rotazione sulle punte interne tale da produrre una rotazione a sinistra di 2 angoli giri.

14. Per realizzare questo disegno si è diminuito di una certa uguale quantità l’angolo sulle punte esterne e quello sulle punte interne.